

O tym jak zastąpić indukcyjność układem aktywnym

<http://alfa.iele.polsl.gliwice.pl/iele/dydaktyka/studenci/Przedmioty/Obowiazkowe/KAUE - Komputerowa Analiza Układow Elektronicznych/Konwerter/>

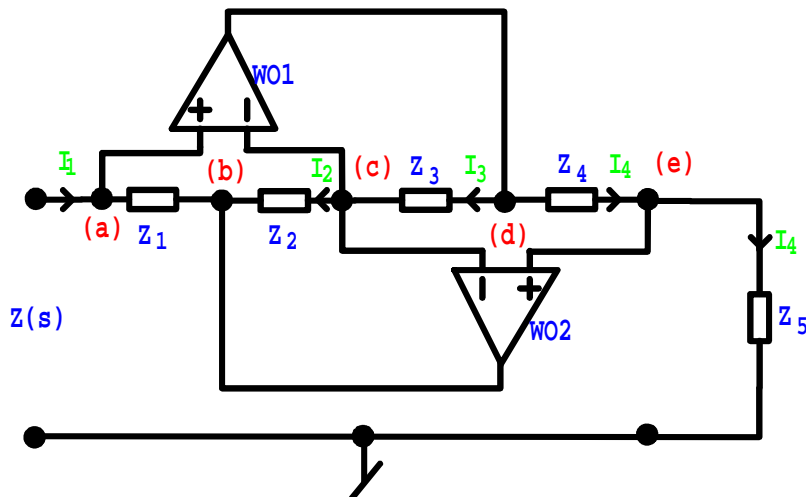
1. Konwerter impedancji

Struktura konwertera impedancji przedstawiona jest na rysunku 1. Impedancja wejściowa $Z(s)$ widziana między węzłem (a) a węzłem masy jest proporcjonalna do impedancji elementów o indeksach nieparzystych a odwrotnie proporcjonalna do impedancji elementów o indeksach parzystych:

$$Z(s) = V_1(s)/I_1(s) = \frac{Z_1(s) \cdot Z_3(s) \cdot Z_5(s)}{Z_2(s) \cdot Z_4(s)} \quad (1)$$

Wykazanie prawdziwości wzoru (1) nie wymaga pisania równań potencjałów węzłowych. Wystarczy postąpić następująco:

1° $V_a(s) = V_c(s)$ ze względu na wzmacniacz operacyjny



Rysunek 1. Konwerter impedancji.

ny WO1;

2° $V_c(s) = V_e(s)$ ze względu na wzmacniacz operacyjny WO2;

3° $V_a(s) = V_e(s)$ ze względu na 1° i 2°;

4° $Z_1(s) \cdot I_1(s) = Z_2(s) \cdot I_2(s)$ ze względu na 1°;

5° $Z_3(s) \cdot I_3(s) = Z_4(s) \cdot I_4(s)$ ze względu na 2°;

6° $I_2(s) = I_3(s)$ ze względu na dużą oporność wejściową WO1 i WO2;

7° $\frac{V_a}{I_1} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \cdot \frac{V_a}{I_4}$ ze względu na 4°, 5° i 6°;

8° $\frac{V_a}{I_1} = \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4}$ ze względu na 3° i 7°.

Napięcie panujące na impedancji $Z_5(s)$ jest takie samo jak napięcie panujące na zaciskach wejściowych

układu. Prąd $I_4(s)$ płynie tak przez impedancję $Z_4(s)$ jak i przez impedancję $Z_5(s)$. Wobec tego transmitancja napięciowa od napięcia $V_a(s)$ do napięcia $V_d(s)$ ma postać:

$$K(s) = \frac{V_d(s)}{V_a(s)} = 1 + \frac{Z_4(s)}{Z_5(s)} \quad (2)$$

Jeżeli impedancje $Z_4(s)$ i $Z_5(s)$ są rezystancjami to napięcie wejściowe dwójnika po wzmacnieniu pojawi się na wyjściu wzmacniacza WO1.

2. Symulowana indukcyjność

Konwerter impedancji wykorzystamy w celu „przerobienia” pojemności na indukcyjność. Wystarczy żeby

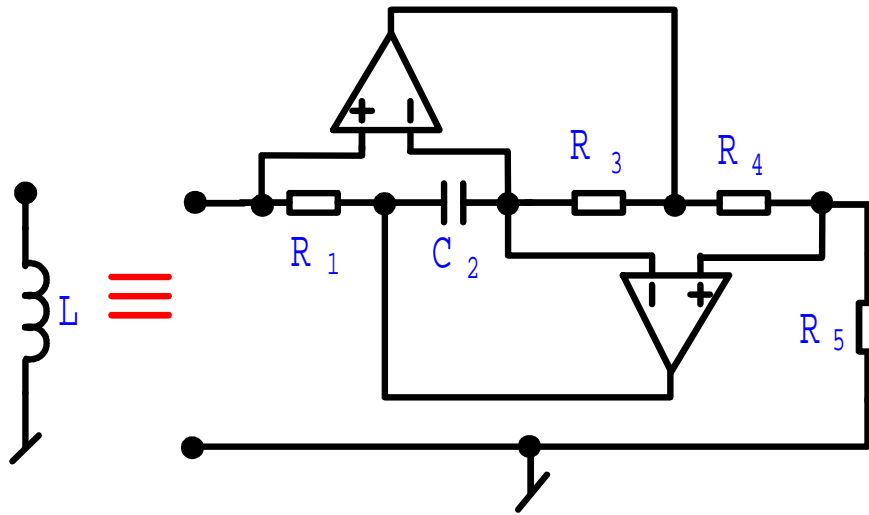
impedancja $Z_2(s)$ była pojemnością natomiast wszystkie pozostałe impedancje były rezystancjami. Układ taki pokazuje rysunek 2. Impedancja wejściowa układu jest równa:

$$Z(s) = s \cdot \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_5 \cdot C_2}{R_4} \quad (3)$$

A zatem wartość symulowanej indukcyjności jest równa:

$$L = \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_5 \cdot C_2}{R_4} \quad (4)$$

Poważnym mankamentem prezentowanego układu jest fakt, że symulowana indukcyjność jednym z zacisków dołączona jest do węzła masy. Poza tym układ posiada same zalety. W szczególności: nadaje się do wykonania w postaci układu scalonego. Można także wykonać układ symulujący indukcyjność o bardzo



Rysunek 2. Symulowana indukcyjność.

dużej wartości, nawet rzędu pojedynczych henrów. Wykorzystując przedstawiony układ można przekształcać układy pasywne zawierających indukcyjności na układy aktywne zawierające indukcyjności symulowane. Umiejętność projektowania struktur filtrów pasywnych przydaje się podczas projektowania filtrów aktywnych! W charakterze przykładu przedstawiony zostanie sposób przekształcania pasywnej struktury górnoprzepustowej drugiego rzędu na strukturę aktywną oraz sposób przekształcania pasywnej struktury dolnoprzepustowej drugiego rzędu na strukturę aktywną. Obie wymienione struktury aktywne znaleźć można w „Katalogu Struktur Bikwadratowych” [1].

Górnoprzepustowa struktura bikwadratowa

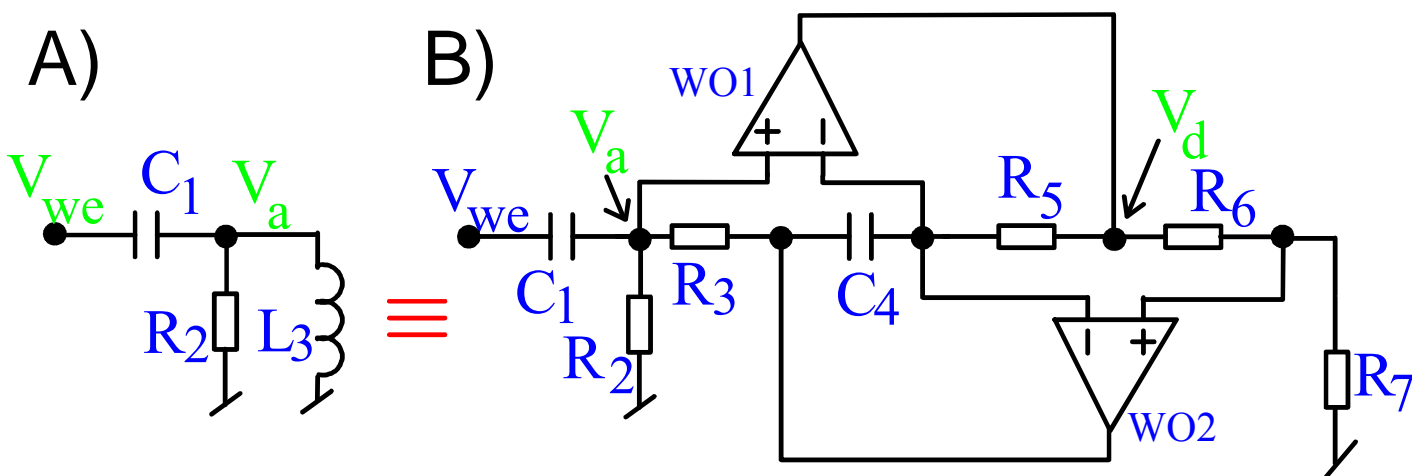
Pasywny filtr górnoprzepustowy drugiego rzędu jest dobrym przykładem układu pasywnego, który łatwo przekształcić na układ aktywny z wykorzystaniem symulowanej indukcyjności. Występująca w strukturze pasywnej indukcyjność ma jeden z zacisków uziemiony – rysunek 3a. Zastąpienie indukcyjności

indukcyjnością symulowaną przekształca obwód pasywny na aktywny – rysunek 3b. Dzięki „przesunięciu” wyjścia układu z węzła (a) do węzła (d) uzyskuje się układ o niskiej impedancji wyjściowej, a to umożliwia np. kaskadowe łączenie kolejnych sekcji. Transmitancja napięciowa struktury ma postać:

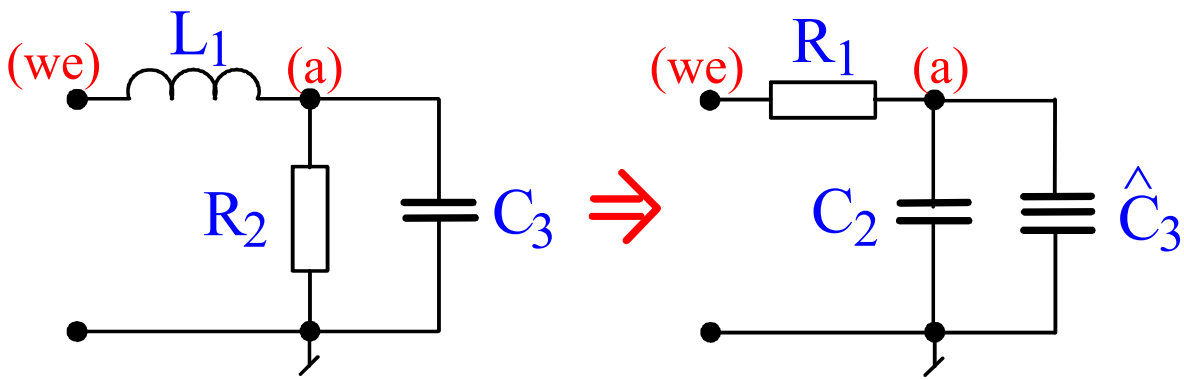
$$K(s) = \frac{V_d(s)}{V_{we}(s)} = \left(1 + \frac{R_6}{R_7}\right) \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{s}{C_1 R_2} + \frac{1}{C_1 L_3}} = \left(1 + \frac{R_6}{R_7}\right) \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{s}{C_1 R_2} + \frac{R_6/R_7}{R_3 C_1 R_5 C_4}} \quad (5)$$

Dolnoprzepustowa struktura bikwadratowa

Dość ciekawa sytuacja pojawia się w przypadku próby przekształcenia pasywnej struktury dolnoprzepustowej na strukturę aktywną. Odpowiedni układ przedstawiony jest na rysunku 4. Transmitancja napięciowa układu ma postać:



Rysunek 3. Górnoprzepustowa sekcja bikwadratowa; A) Prototyp pasywny; B) Układ aktywny.



Rysunek 4. Transformacja Brutona dolnoprzepustowego układu pasywnego drugiego rzędu.

$$K(s) = \frac{V_a(s)}{V_{we}(s)} = \frac{1/(L_1 C_3)}{s^2 + \frac{s}{R_2 C_3} + \frac{1}{L_1 C_3}} \quad (6)$$

Indukcyjność L_1 nie jest w tym układzie uziemiona. Można jednak zastosować pewien wybieg zwany w literaturze *transformacją Brutona*. Mianowicie przemnożenie wszystkich impedancji w obwodzie przez tę samą liczbę nie zmienia transmitancji napięciowej. Transmitancja napięciowa jest bowiem wielkością bezwymiarową. Przeskalowanie wartości wszystkich impedancji w obwodzie wpływa jedynie na wielkości, które mają wymiar, a w szczególności na wszelkiego rodzaju impedancje zastępcze. Ogólniej: przemnożenie wszystkich impedancji przez dowolną zmienną nie zmienia transmitancji napięciowej. Jeżeli w przypadku rozpatrywanego układu impedancje przemnożymy, przez zmienną $1/s$ to oporność zamieni się na pojemność $R_2 \rightarrow 1/(sC_2)$, indukcyjność zamieni się na oporność $sL_1 \rightarrow R_1$, a pojemność zamieni się na *superpojemność* $1/(sC_3) \rightarrow 1/(s^2 \hat{C}_3)$. Superpojemność to dwójnik, którego impedancja wyraża się wzorem:

$$Z(s) = \frac{1}{s^2 \hat{C}} \quad (7)$$

Transmitancja układu nie zmienia się:

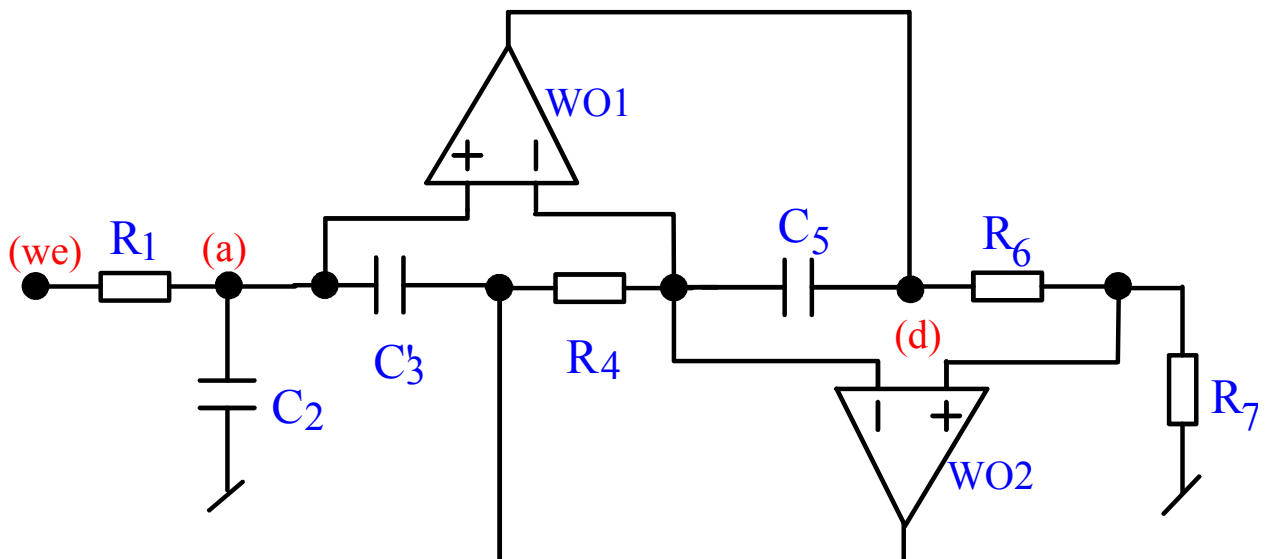
$$K(s) = \frac{V_a(s)}{V_{we}(s)} = \frac{1/(R_1 \hat{C}_3)}{s^2 + \frac{s C_2}{\hat{C}_3} + \frac{1}{R_1 \cdot \hat{C}_3}} \quad (8)$$

Superpojemność można łatwo zrealizować za pomocą konwertera impedancji. Wystarczy aby np. w układzie konwertera dwie impedancje były pojemnościami $Z_1(s) = 1/(sC'_3)$, $Z_3(s) = 1/(sC_5)$ a pozostałe trzy impedancje były opornościami $Z_2(s) = R_4$, $Z_4(s) = R_6$, $Z_5(s) = R_7$. Uzyskana superpojemność ma wartość:

$$\hat{C}_3 = \frac{R_4 R_6 C'_3 C_5}{R_7} \quad (9)$$

W rezultacie otrzymujemy aktywną, dolnoprzepustową strukturę bikwadratową przedstawioną na rysunku 5. Wyjście struktury przesunięte zostało do wyjścia wzmacniacza operacyjnego WO1 tak, aby można było łączyć struktury kaskadowo. Transmitancja napięciowa układu ma postać:

$$K(s) = \frac{V_d}{V_{we}} = \frac{(1 + R_6/R_7) \cdot (R_7/R_1 R_4 R_6 C'_3 C_5)}{s^2 + s \cdot R_7 C_2 / (R_4 R_6 C'_3 C_5) + R_7 / (R_1 R_4 R_6 C'_3 C_5)} \quad (10)$$



Rysunek 5. Dolnoprzepustowa struktura bikwadratowa.

Przykład

Dobierz wartości oporności dla dolnoprzepustowej sekcji bikwadratowej zawierającej dwa wzmacniacze operacyjne tak, aby układ realizował transmitancję filtra Butterwortha rzędu drugiego o 3 decybelowej częstotliwości granicznej $f_0=1\text{kHz}$. Przyjmij, że wszystkie pojemności są identyczne i wynoszą $C_3=C'_3=C_5=C=10\text{ nF}$ oraz że $R_6=R_7$.

Rozwiązanie. Dla znormalizowanej, pasywnej struktury dolnoprzepustowej rzędu drugiego realizującej transmitancję Butterwortha wartości elementów są następujące:

$$L_1 = \sqrt{2} H, \quad R_2 = 1 \Omega, \quad C_3 = 1/\sqrt{2} F$$

Po przekształceniu układu na strukturę zawierającą superpojemność mamy:

$$R_1 = \sqrt{2} \Omega, \quad C_2 = 1 F, \quad \hat{C}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Omega F^2$$

Wartości elementów dla znormalizowanej struktury superpojemności mogą przyjmować np. następujące wartości:

$$C'_3=1 F, \quad R_4=\frac{1}{\sqrt{2}} \Omega, \quad C_5=1 F, \quad R_6=\frac{2\pi}{10} \Omega, \quad R_7=\frac{2\pi}{10} \Omega$$

Po denormalizacji wartości elementów w układzie są zaś następujące:

$$C'_3=10\text{ nF}, \quad R_4 \approx 11,25\text{ k}\Omega, \quad C_5 = 10\text{ nF}, \quad R_6 = 10\text{ k}\Omega, \quad R_7 = 10\text{ k}\Omega$$

Zauważmy na koniec, że wzmocnienie filtra dla składowej stałej wynosi 2.

Literatura

- [1] Norbert Fliege: *A New Class of Second Order RC-Active Filters with Two Operational Amplifiers*, Nachrichtentech.Z., vol.26, pp. 279-282, June 1973
- [2] Jacek Izydorczyk, Grzegorz Płonka, Grzegorz Tyma: *Teoria sygnałów. Wstęp*, Wydawnictwo Helion, Gliwice 1999
- [3] Lawrence P. Huelsman: *Active and Passive Analog Filter Design, An Introduction*, McGraw Hill Inc., 1993
- [4] G.C.Temesz, S.K.Mitra [red.]: *Teoria i projektowanie filtrów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1978

Gliwice, 4.10.2000, Jacek Izydorczyk